# LOGARITMI

| **Definiție** |
|---|
| $\boldsymbol{a^x = N \Rightarrow x = \log_a N}\,, unde\ a > 0, a \neq 1, N > 0$ |
| **Condițiile de existență ale logaritmului** |
| $\log_a N : \begin{cases} \boldsymbol{a > 0}\ (baza\ > 0) \\ \boldsymbol{a \neq 1}\ (baza \neq 1) \\ \boldsymbol{N > 0}\ (cantitatea\ > 0) \end{cases}$ |

| **Logaritmul zecimal** | **Logaritmul natural** |
|---|---|
| $\lg x = \log_{\boldsymbol{10}} x$ | $\ln x = \log_{\boldsymbol{e}} x\,, unde\ e \simeq 2{,}71\ (numărul\ lui\ Euler)$ |

| **Proprietăți ale logaritmilor** | | | |
|---|---|---|---|
| **1.** | $\log_a 1 = 0$ | **2.** | $\log_a a = 1$ |
| **3.** | $\log_a x^n = n \cdot \log_a x$ | **4.** | $a^{\log_a x} = x$ |
| **5.** | $\log_a x + \log_a y = \log_a(x \cdot y)$ | **6.** | $\log_a x - \log_a y = \log_a \left(\frac{x}{y}\right)$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| **7.** | $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$ | | |
| **Formule de schimbare a bazei logaritmului** | | | |
| **8.** | $\log_{a^n} x = \frac{1}{n} \cdot \log_a x$ | **9.** | $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$ |
| **10.** | $\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$ | **11.** | $\log_a b = \log_c b \cdot \log_a c$ |

| **Monotonia funcției logaritmice** |
|---|
| $f: (0, \infty) \to \mathbb{R}, f(x) = \log_a x\,, a > 0, a \neq 1$ |
| **I.** Dacă $\boldsymbol{a} \in (\boldsymbol{0}, \boldsymbol{1}) \Rightarrow f\ este\ strict\ descrescătoare$<br>$x_1 < x_2 \Leftrightarrow \log_a(x_1) > \log_a(x_2)$ |
| **II.** Dacă $\boldsymbol{a} \in (\boldsymbol{1}, \infty) \Rightarrow f\ este\ strict\ crescătoare$<br>$x_1 < x_2 \Leftrightarrow \log_a(x_1) < \log_a(x_2)$ |
| **Monotonia funcției exponențiale** |
| $f: \mathbb{R} \to (0, \infty), f(x) = a^x, a > 0, a \neq 1$ |
| **I.** Dacă $\boldsymbol{a} \in (\boldsymbol{0}, \boldsymbol{1}) \Rightarrow f\ este\ strict\ descrescătoare$<br>$x_1 < x_2 \Leftrightarrow a^{x_1} > a^{x_2}$ |
| **II.** Dacă $\boldsymbol{a} \in (\boldsymbol{1}, \infty) \Rightarrow f\ este\ strict\ crescătoare$<br>$x_1 < x_2 \Leftrightarrow a^{x_1} < a^{x_2}$ |