Prezenta lucrare conține ______ pagini

Numele:…………………………………………….....
....
Inițiala prenumelui tatălui: …………….............
Prenumele:…………………………….................
..................…………………...………………
Școala de proveniență: ....…
…..
....
Centrul de examen: ....
Localitatea: ……………………………...........
Județul: ……………………………………........

Nume și prenume asistent	Semnătura

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2023 – 2024

Matematică

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

[redacted]

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p	**1.** Rezultatul calculului $52-2\cdot(25-5)$ este: **a)** 12 **b)** 92 **c)** 100 **d)** 1000
5p	**2.** Dacă $\frac{x-2}{5}=\frac{y}{3}$, atunci rezultatul calculului $3x-5y$ este: **a)** 0 **b)** 2 **c)** 5 **d)** 6
5p	**3.** Se consideră mulțimile $A=\{1,2,3,4,5,6\}$ și $B=\{0,2,4,6,8\}$. Intersecția mulțimilor A și B este mulțimea: **a)** $\{0,2,4,6,8\}$ **b)** $\{0,1,2,3,4,5,6,8\}$ **c)** $\{2,4,6\}$ **d)** $\{0,2,4,6\}$
5p	**4.** Mulțimea soluțiilor reale ale inecuației $2x+2\geq 4$ este: **a)** $(-\infty,-1]$ **b)** $(-\infty,1]$ **c)** $[-1,+\infty)$ **d)** $[1,+\infty)$

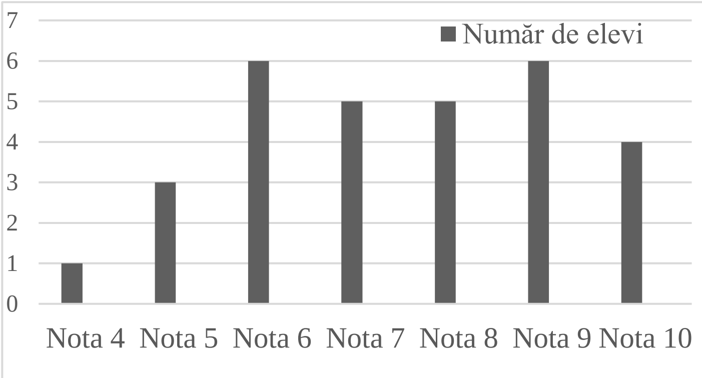
5p **5.** Patru elevi, Ana, Ioan, Dana și Vlad determină numărul $a=\left|2-4\sqrt{3}\right|+2\left(\sqrt{12}+1\right)$. Rezultatele obținute de cei patru elevi sunt prezentate în tabelul de mai jos:

Ana	Ioan	Dana	Vlad
0	4	$4\sqrt{3}$	$8\sqrt{3}$

Conform informațiilor din tabel, elevul care a determinat corect numărul a este:

a) Ana
b) Ioan
c) Dana
d) Vlad

5p **6.** În diagrama de mai jos sunt prezentate rezultatele obținute de elevii unei clase, la un test de matematică.



Afirmația: „Conform informațiilor din diagramă, jumătate din numărul elevilor acestei clase a obținut la testul de matematică cel puțin nota 8.” este:

a) adevărată
b) falsă

SUBIECTUL al II-lea

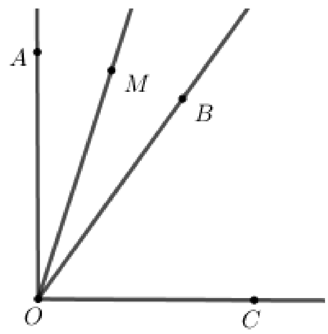
Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p **1.** În figura alăturată punctele A, B, C și D sunt coliniare, în această ordine, astfel încât $BC=2AB$, $CD=2BC$ și $AB=2\text{cm}$. Punctul M este mijlocul segmentului AB și punctul N este mijlocul segmentului CD. Lungimea segmentului MN este egală cu:

a) 4cm
b) 5cm
c) 7cm
d) 9cm

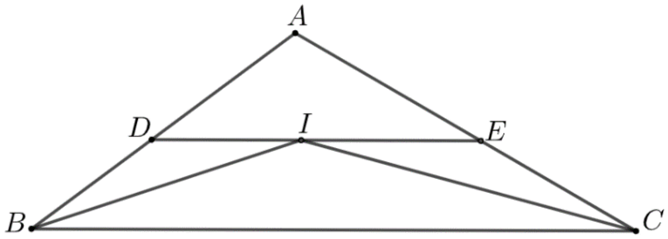
5p **2.** În figura alăturată sunt reprezentate unghiurile adiacente complementare AOB și BOC. Semidreapta OM este bisectoarea unghiului AOB și $\sphericalangle BOC=3\cdot\sphericalangle AOM$. Măsura unghiului AOB este egală cu:

a) $18°$
b) $36°$
c) $40°$
d) $54°$



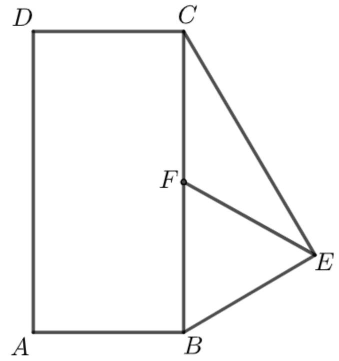
5p **3.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC cu $AB = 10\text{cm}$ și $AC = 12\text{cm}$. Semidreapta BI este bisectoarea unghiului ABC și semidreapta CI este bisectoarea unghiului ACB. Paralela prin punctul I la dreapta BC intersectează dreptele AB și AC în punctele D, respectiv E. Perimetrul triunghiului ADE este egal cu:

a) 11cm
b) 20cm
c) 22cm
d) 24cm



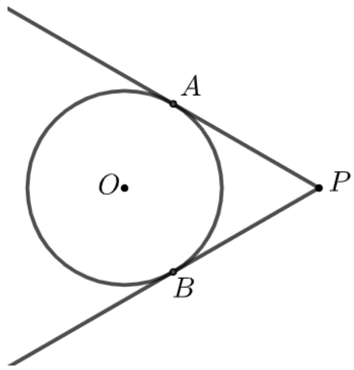
5p **4.** În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$, cu $AB = 3\sqrt{2}\text{cm}$ și triunghiul BEC dreptunghic în E. Punctul F este mijlocul segmentului BC și $EF = 4\text{cm}$.
Aria trapezului $AFCD$ este egală cu:

a) $6\sqrt{2}\ \text{cm}^2$
b) $12\sqrt{2}\ \text{cm}^2$
c) $18\sqrt{2}\ \text{cm}^2$
d) $24\sqrt{2}\ \text{cm}^2$



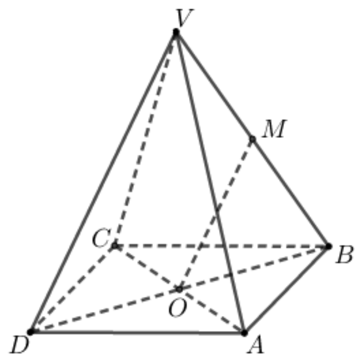
5p **5.** În figura alăturată este reprezentat cercul cu centrul în punctul O și raza egală cu 3 cm. Punctul P este situat la o distanță de 6 cm de centrul cercului. Dreptele PA și PB sunt tangente la cerc în punctele A și B. Măsura arcului mic AB este egală cu:

a) $60°$
b) $90°$
c) $120°$
d) $150°$



5p **6.** În figura alăturată este reprezentată piramida patrulateră regulată $VABCD$ cu baza $ABCD$, $VA = AB$ și O este punctul de intersecție a dreptelor AC și DB. Dacă punctul M este mijlocul segmentului VB, atunci măsura unghiului dreptelor OM și CD este egală cu:

a) $0°$
b) $30°$
c) $45°$
d) $60°$



SUBIECTUL al III-lea

Scrie rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** Maria aranjează cărțile din bibliotecă și observă că dacă le grupează câte 8, câte 12 sau câte 18 îi rămân de fiecare dată 5 cărți.

(2p) a) Verifică dacă Maria poate avea în bibliotecă 53 de cărți. Justifică răspunsul dat.

(3p) b) Determină numărul cărților din biblioteca Mariei, știind că acesta este cel mai mic număr natural de trei cifre cu proprietățile din enunț.

5p **2.** Se consideră expresia $E(x)=(2x+3)^2+(x-2)(x+2)-3(1-x)+2$, unde x este număr real.

(2p) a) Arată că $E(0)=4$.

(3p) b) Arată că numărul $N=E(n)+6$ este divizibil cu 10, pentru orice număr natural n.

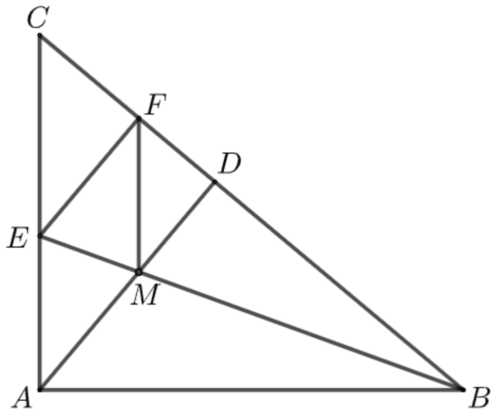
5p **3.** Se consideră numărul natural $\overline{abc}$ cu a, b, c cifre nenule, unde $a=5\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)-\frac{2}{3}:\frac{1}{3}$ și $b=\left(3\cdot3^2\cdot3^3\cdot3^4\right):9^4-25^4:5^7$.

(2p) a) Arată că $a=3$.

(3p) b) Determină numărul $\overline{abc}$, știind că numerele $\overline{ac}$ și $\overline{cb}$ sunt direct proporționale cu numerele 4 și 3.

5p **4.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul dreptunghic ABC, cu $\sphericalangle A = 90°$ și $\sphericalangle B = 40°$. Semidreapta BE este bisectoarea unghiului ABC, punctul E aparține segmentului AC. Perpendiculara din punctul A pe BC intersectează dreapta BC în punctul D, iar perpendiculara din punctul E pe BC intersectează dreapta BC în punctul F. Dreptele BE și AD se intersectează în punctul M.

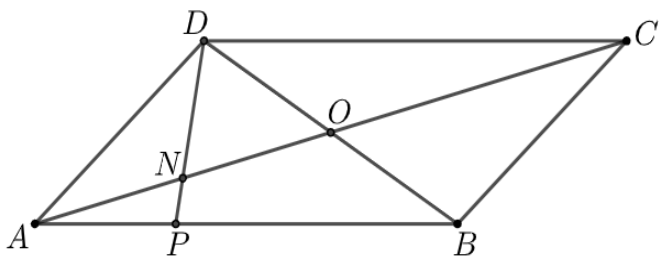
(2p) a) Arată că măsura unghiului EMA este egală cu $70°$.



(3p) b) Arată că patrulaterul $AMFE$ este romb.

5p **5.** În figura alăturată este reprezentat paralelogramul $ABCD$ cu $AB = 15\text{ cm}$. Punctul P aparține laturii AB, astfel încât $PB = 2AP$ și O este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD.

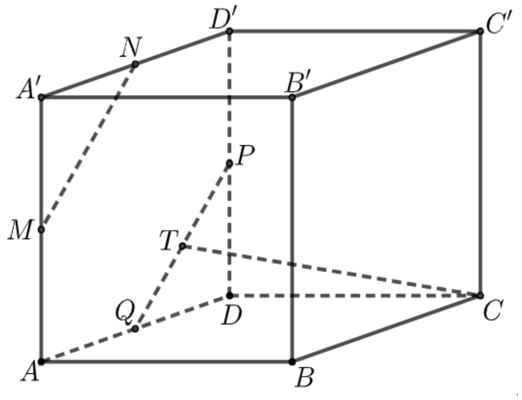
(2p) a) Arată că lungimea segmentului AP este egală cu 5 cm.



(3p) b) Determină raportul dintre aria triunghiului ANP și aria triunghiului DNO, unde N este punctul de intersecție a dreptelor AC și DP.

5p **6.** În figura alăturată este reprezentat cubul $ABCDA'B'C'D'$. Punctele M, N, P și Q sunt mijloacele segmentelor AA', $A'D'$, DD', respectiv AD.

(2p) a) Arată că $MN = PQ$.



(3p) b) Știind că punctul T este mijlocul segmentului PQ, demonstrează că dreapta CT este paralelă cu planul (MNB).

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul şcolar 2023 - 2024
Matematică

Simulare

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea:

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	**a)**	**5p**
2.	**d)**	**5p**
3.	**c)**	**5p**
4.	**d)**	**5p**
5.	**d)**	**5p**
6.	**a)**	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	**d)**	**5p**
2.	**b)**	**5p**
3.	**c)**	**5p**
4.	**c)**	**5p**
5.	**c)**	**5p**
6.	**d)**	**5p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** Restul împărțirii lui 53 la 18 este 17	**1p**
	$17 \neq 5$, deci Maria nu poate avea în bibliotecă 53 de cărți	**1p**
	b) $n = 8c_1 + 5 = 12c_2 + 5 = 18c_3 + 5$, unde n este numărul cărților din bibliotecă, iar c_1, c_2 și c_3 sunt numere naturale	**1p**
	$n - 5$ este multiplu comun al numerelor 8, 12 și 18, deci $n = 72k + 5$, unde k este număr natural	**1p**
	Cum n este cel mai mic număr natural de trei cifre cu proprietățile din enunț, obținem $n = 149$	**1p**
2.	**a)** $E(0) = (2 \cdot 0 + 3)^2 + (0 - 2)(0 + 2) - 3(1 - 0) + 2 =$	**1p**
	$= 9 - 4 - 3 + 2 = 4$	**1p**
	b) $E(n) + 6 = 4n^2 + 12n + 9 + n^2 - 4 - 3 + 3n + 2 + 6 = 5n^2 + 15n + 10$, pentru orice număr natural n	**1p**
	$N = 5\left(n^2 + 3n + 2\right) = 5(n+1)(n+2)$, pentru orice număr natural n	**1p**
	Cum $n+1$ și $n+2$ sunt numere naturale consecutive, obținem $(n+1)(n+2) \vdots 2$, deci $N \vdots 10$	**1p**

3.	**a)** $a=5\cdot\left(\frac{3}{6}+\frac{2}{6}+\frac{1}{6}\right)-\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{1}=$	**1p**
	$=5-2=3$	**1p**
	b) $\overline{3c}$ și $\overline{cb}$ sunt direct proporționale cu numerele 4 și $3\Rightarrow\frac{\overline{3c}}{4}=\frac{\overline{cb}}{3}$	**1p**
	$b=3^{10}:3^{8}-5^{8}:5^{7}=9-5=4$	**1p**
	$37c=74\Rightarrow c=2$, de unde obținem $\overline{abc}=342$	**1p**
4.	**a)** $\sphericalangle ABE=\sphericalangle EBC=20^\circ$, deci $\sphericalangle BMD=70^\circ$	**1p**
	$\sphericalangle BMD=\sphericalangle EMA=70^\circ$	**1p**
	b) $EF\perp BC$, $AD\perp BC\Rightarrow EF\parallel AD$	**1p**
	$\sphericalangle AEB=70^\circ\Rightarrow\sphericalangle AEM=\sphericalangle EMA\Rightarrow\Delta EAM$ este isoscel, deci $AE=AM$	**1p**
	$\Delta EFB\equiv\Delta EAB\Rightarrow EF=EA$ și, cum $AM=EA$ și $EF\parallel AM$, obținem că $AMFE$ este romb	**1p**
5.	**a)** $AB=3AP$	**1p**
	$3AP=15$, de unde obținem $AP=5\,\text{cm}$	**1p**
	b) $\Delta ANP\sim\Delta CND\Rightarrow\frac{AN}{CN}=\frac{NP}{ND}=\frac{AP}{CD}=\frac{1}{3}$, deci $AN=\frac{AC}{4}$ și, cum $AO=\frac{AC}{2}$, obținem $AN=NO$	**1p**
	$PS\perp AN$, $S\in AN$ și $DV\perp NO$, $V\in NO$ și, cum $\Delta SNP\sim\Delta VND$, obținem $\frac{PS}{DV}=\frac{NP}{ND}=\frac{1}{3}$	**1p**
	$\frac{\mathcal{A}_{\Delta ANP}}{\mathcal{A}_{\Delta DNO}}=\frac{\frac{AN\cdot PS}{2}}{\frac{NO\cdot DV}{2}}=\frac{AN}{NO}\cdot\frac{PS}{DV}=\frac{1}{3}$	**1p**
6.	**a)** MN este linie mijlocie în triunghiul $AA'D'\Rightarrow MN=\frac{AD'}{2}$	**1p**
	PQ este linie mijlocie în triunghiul $ADD'\Rightarrow PQ=\frac{AD'}{2}$, deci $MN=PQ$	**1p**
	b) $MN\parallel AD'$, $PQ\parallel AD'\Rightarrow MN\parallel PQ$	**1p**
	$MPCB$ este paralelogram, deci $MB\parallel PC$ și, cum $MN\cap MB=\{M\}$, $MN,\ MB\subset(MNB)$, $PQ\cap PC=\{P\}$, PQ, $PC\subset(PQC)$, obținem $(MNB)\parallel(PQC)$	**1p**
	$CT\subset(PQC)\Rightarrow CT\parallel(MNB)$	**1p**