

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{tehnologic}}$

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\left(3 + \frac{3}{5}\right) : 4 + \frac{1}{10} = 1$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 6$. Determinați numărul real a pentru care $f(1) + f(a) = 2f(0)$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{4x - x^2} = \sqrt{3x}$.
- 5p** 4. Se consideră mulțimea $A = \{0, 1, 2, \dots, 26\}$. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea A , acesta să fie pătratul unui număr natural.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0, 4)$, $B(3, 0)$ și $C(4, 7)$. Arătați că triunghiul ABC este dreptunghic isoscel.
- 5p** 6. Arătați că $2 \sin 60^\circ + \sqrt{3} \sin 30^\circ - 3 \cos 30^\circ = 0$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $M(a) = \begin{pmatrix} 2a & a \\ a & a-2 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(M(4)) = 0$.
- 5p** b) Arătați că $M(1) \cdot M(1) - M(1) = 3I_2$.
- 5p** c) Demonstrați că numărul $N = \det(M(n) - 3(M(1))^{-1})$ este natural impar, pentru orice număr natural nenul n , unde $(M(1))^{-1}$ este inversa matricei $M(1)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy - 3x - 3y + 12$.
- 5p** a) Arătați că $2 * 5 = 1$.
- 5p** b) Arătați că $e = 4$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”.
- 5p** c) Determinați numărul real a pentru care $(a - x) * (a - x) = (a + x) * (a + x)$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^3}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{9 - x^2}{x^4}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 1$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că $9f(2x) - f(x) \leq 4$, pentru orice $x \in [1, 2]$.
2. Se consideră funcția $f: (-3, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2 + \frac{2}{\sqrt{x+3}}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^4 \left(f(x) - \frac{2}{\sqrt{x+3}} \right) dx = 16$.

- | | |
|----|--|
| 5p | b) Arătați că $\int_1^6 (f(x) - x - 2) dx = 4$. |
| 5p | c) Determinați numărul real a pentru care $\int_{-2}^1 f'(x) \left(1 + \frac{1}{f(x)}\right) dx = \ln(2e^a)$. |

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică $M_{\text{tehnologic}}$
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\left(3 + \frac{3}{5}\right) : 4 + \frac{1}{10} = \frac{18}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{10} =$	3p
	$= \frac{9}{10} + \frac{1}{10} = 1$	2p
2.	$f(0) = 6, f(1) = 9, f(a) = 3a + 6$, pentru orice număr real a	3p
	$9 + 3a + 6 = 12$, de unde obținem $a = -1$	2p
3.	$4x - x^2 = 3x$, de unde obținem $x^2 - x = 0$	2p
	$x = 0$ sau $x = 1$, care convin	3p
4.	Mulțimea A are 27 de elemente, deci sunt 27 de cazuri posibile	2p
	În mulțimea A sunt 6 numere care sunt pătrate ale unor numere naturale, deci sunt 6 cazuri favorabile, de unde obținem $p = \frac{6}{27} = \frac{2}{9}$	3p
5.	$AB = 5, AC = 5$	2p
	$BC = \sqrt{50}, BC^2 = 50 = 25 + 25 = AB^2 + AC^2$, deci triunghiul ABC este dreptunghic isoscel	3p
6.	$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$	3p
	$2 \sin 60^\circ + \sqrt{3} \sin 30^\circ - 3 \cos 30^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} - 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2} = 0$	2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$M(4) = \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(M(4)) = \begin{vmatrix} 8 & 4 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = 8 \cdot 2 - 4 \cdot 4 =$	3p
	$= 16 - 16 = 0$	2p
b)	$M(1) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, M(1) \cdot M(1) - M(1) = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} =$	3p
	$= \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = 3I_2$	2p
c)	$3(M(1))^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, M(n) - 3(M(1))^{-1} = \begin{pmatrix} 2n-1 & n-1 \\ n-1 & n \end{pmatrix}, N = n^2 + n - 1$, pentru orice număr natural nenul n	3p
	$N = n(n+1) - 1$ și, cum n și $n+1$ sunt numere naturale nenule de parități diferite, obținem că numărul N este natural impar, pentru orice număr natural nenul n	2p
2.a)	$2 * 5 = 2 \cdot 5 - 3 \cdot 2 - 3 \cdot 5 + 12 =$	3p
	$= 10 - 6 - 15 + 12 = 1$	2p

b)	$x * 4 = 4x - 3x - 12 + 12 = x$, pentru orice număr real x $4 * x = 4x - 12 - 3x + 12 = x$, pentru orice număr real x , deci $e = 4$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”	2p 3p
c)	$(a - x) * (a - x) = (a - x)^2 - 6(a - x) + 12$, $(a + x) * (a + x) = (a + x)^2 - 6(a + x) + 12$, pentru orice număr real x $(a - x)^2 - 6(a - x) + 12 = (a + x)^2 - 6(a + x) + 12$, deci $4x(a - 3) = 0$, pentru orice număr real x , de unde obținem $a = 3$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{2x \cdot x^3 - (x^2 - 3) \cdot 3x^2}{(x^3)^2} =$ $= \frac{x^2(2x^2 - 3x^2 + 9)}{x^6} = \frac{9 - x^2}{x^4}, x \in (0, +\infty)$	3p 2p
b)	$f(1) = -2$, $f'(1) = 8$ Ecuația tangentei este $y - f(1) = f'(1)(x - 1)$, adică $y = 8x - 10$	2p 3p
c)	$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 3$; pentru orice $x \in (0, 3]$, $f'(x) \geq 0$, deci f este crescătoare pe $(0, 3]$ și, pentru orice $x \in [3, +\infty)$, $f'(x) \leq 0$, deci f este descrescătoare pe $[3, +\infty)$ $x \in [1, 2] \Rightarrow 2x \in [2, 4]$, deci $f(x) \geq f(1)$ și $f(2x) \leq f(3)$, pentru orice $x \in [1, 2]$ și, cum $f(1) = -2$ și $f(3) = \frac{2}{9}$, obținem $9f(2x) - f(x) \leq 4$, pentru orice $x \in [1, 2]$	2p 3p
2.a)	$\int_0^4 \left(f(x) - \frac{2}{\sqrt{x+3}} \right) dx = \int_0^4 (x+2) dx = \frac{x^2}{2} \Big _0^4 + 2x \Big _0^4 =$ $= 8 + 8 = 16$	3p 2p
b)	$\int_1^6 (f(x) - x - 2) dx = \int_1^6 \frac{2}{\sqrt{x+3}} dx = 4 \int_1^6 \frac{(x+3)'}{2\sqrt{x+3}} dx = 4\sqrt{x+3} \Big _1^6 =$ $= 12 - 8 = 4$	3p 2p
c)	$\int_{-2}^1 f'(x) \left(1 + \frac{1}{f(x)} \right) dx = \int_{-2}^1 f'(x) dx + \int_{-2}^1 \frac{f'(x)}{f(x)} dx = f(x) \Big _{-2}^1 + \ln f(x) \Big _{-2}^1 = 2 + \ln 2$ Cum $\ln(2e^a) = a + \ln 2$, obținem $a = 2$	3p 2p