Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\frac{1}{4}+3\cdot\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{4}\right)=4$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x-9$. Determinați numărul real a pentru care $f(a)=a$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x-1}=x$.

5p **4.** Se consideră mulțimea $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea A, numărul natural $n(n+1)$ să fie multiplu de 10.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,8)$, $B(8,4)$ și M, mijlocul segmentului OA. Arătați că triunghiul OBM este isoscel.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AC=6$ și $AC=3AB$. Arătați că $BC=2\sqrt{10}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $M(a)=\begin{pmatrix} a+1 & 4 \\ -1 & a-4 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(M(0))=0$.

5p **b)** Arătați că $M(3)+2M(0)=3M(1)$.

5p **c)** Determinați numărul real a pentru care $M(a)\cdot M(0)=3M(0)$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=xy+4(x+y)$.

5p **a)** Arătați că $1\circ 2=14$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $x\circ 3=x$.

5p **c)** Determinați numărul real x pentru care $2^x\circ 4=2^{x+4}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{x^2+4x+5}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{-2(x+2)}{\left(x^2+4x+5\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^2-1\right)\cdot f(x)=1$.

5p **c)** Demonstrați că $5f(x)+f(-x)\le 2$, pentru orice $x\in[0,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=5x^2+2x+1$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1\left(f(x)-2x\right)dx=\frac{8}{3}$.

5p **b)** Arătați că $\int_0^2\frac{1}{f(x)-5x^2}dx=\frac{\ln 5}{2}$.

5p **c)** Determinați primitiva $G:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ a funcției $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{f(x)-2x}{\sqrt{x}}$, pentru care $G(1)=5$.

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\frac{1}{4}+3\cdot\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{4}+3\cdot\frac{5}{4}=$	**3p**
	$=\frac{1}{4}+\frac{15}{4}=4$	**2p**
2.	$f(a)=4a-9$, pentru orice număr real a	**2p**
	$4a-9=a$, de unde obținem $a=3$	**3p**
3.	$2x-1=x^2$, deci $x^2-2x+1=0$	**3p**
	$x=1$, care convine	**2p**
4.	Mulțimea A are 8 elemente, deci sunt 8 cazuri posibile	**2p**
	În mulțimea A sunt 2 numere n pentru care numărul $n(n+1)$ este multiplu de 10, deci sunt 2 cazuri favorabile, de unde obținem $p=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$	**3p**
5.	$M(3,4)$, $OM=5$	**3p**
	$BM=5$, deci $OM=BM$, de unde obținem că triunghiul OBM este isoscel	**2p**
6.	$AB=2$	**2p**
	$BC^2=2^2+6^2=40$, de unde obținem $BC=2\sqrt{10}$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$M(0)=\begin{pmatrix}1 & 4\\ -1 & -4\end{pmatrix}\Rightarrow \det(M(0))=\begin{vmatrix}1 & 4\\ -1 & -4\end{vmatrix}=1\cdot(-4)-4\cdot(-1)=$	**3p**
	$=-4+4=0$	**2p**
b)	$M(3)=\begin{pmatrix}4 & 4\\ -1 & -1\end{pmatrix}$, $M(3)+2M(0)=\begin{pmatrix}6 & 12\\ -3 & -9\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=3\begin{pmatrix}2 & 4\\ -1 & -3\end{pmatrix}=3M(1)$	**2p**
c)	$M(a)\cdot M(0)=\begin{pmatrix}a-3 & 4a-12\\ 3-a & 12-4a\end{pmatrix}$, pentru orice număr real a	**3p**
	$\begin{pmatrix}a-3 & 4a-12\\ 3-a & 12-4a\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 12\\ -3 & -12\end{pmatrix}$, de unde obținem $a=6$	**2p**
2.a)	$1\circ 2=1\cdot 2+4(1+2)=$	**3p**
	$=2+12=14$	**2p**
b)	$x\circ 3=7x+12$, pentru orice număr real x	**3p**
	$7x+12=x$, de unde obținem $x=-2$	**2p**

c)	$2^x \circ 4 = 2^x \cdot 4 + 4\left(2^x + 4\right) = 8 \cdot 2^x + 16$, pentru orice număr real x	**2p**
	$8 \cdot 2^x + 16 = 2^{x+4} \Leftrightarrow 2^{x+3} = 2^4$, de unde obținem $x = 1$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = \dfrac{1' \cdot \left(x^2+4x+5\right) - 1 \cdot \left(x^2+4x+5\right)'}{\left(x^2+4x+5\right)^2} =$	**2p**
	$= \dfrac{0-(2x+4)}{\left(x^2+4x+5\right)^2} = \dfrac{-2(x+2)}{\left(x^2+4x+5\right)^2}$, $x \in \mathbb{R}$	**3p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty} \left(x^2-1\right) \cdot f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2-1}{x^2+4x+5} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2\left(1-\frac{1}{x^2}\right)}{x^2\left(1+\frac{4}{x}+\frac{5}{x^2}\right)} =$	**3p**
	$= \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1-\frac{1}{x^2}}{1+\frac{4}{x}+\frac{5}{x^2}} = 1$	**2p**
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2$; pentru orice $x \in (-\infty, -2]$, $f'(x) \geq 0$, deci f este crescătoare pe $(-\infty, -2]$ și, pentru orice $x \in [-2, +\infty)$, $f'(x) \leq 0$, deci f este descrescătoare pe $[-2, +\infty)$	**2p**
	$x \in [0, +\infty) \Rightarrow -x \in (-\infty, 0]$, deci $f(x) \leq f(0)$ și $f(-x) \leq f(-2)$ și, cum $f(0) = \dfrac{1}{5}$ și $f(-2) = 1$, obținem $5f(x) + f(-x) \leq 2$, pentru orice $x \in [0, +\infty)$	**3p**
2.a)	$\int\limits_0^1 \left(f(x) - 2x\right) dx = \int\limits_0^1 \left(5x^2+1\right) dx = \left.\dfrac{5x^3}{3}\right\|_0^1 + \left. x \right\|_0^1 =$	**3p**
	$= \dfrac{5}{3} + 1 = \dfrac{8}{3}$	**2p**
b)	$\int\limits_0^2 \dfrac{1}{f(x) - 5x^2} dx = \int\limits_0^2 \dfrac{1}{2x+1} dx = \dfrac{1}{2} \int\limits_0^2 \dfrac{(2x+1)'}{2x+1} dx = \left.\dfrac{1}{2} \ln(2x+1) \right\|_0^2 =$	**3p**
	$= \dfrac{\ln 5}{2} - \dfrac{\ln 1}{2} = \dfrac{\ln 5}{2}$	**2p**
c)	$g(x) = 5x\sqrt{x} + \dfrac{1}{\sqrt{x}}$, $x \in (0, +\infty)$; $\int g(x) dx = \int \left(5x\sqrt{x} + \dfrac{1}{\sqrt{x}}\right) dx = 2x^2\sqrt{x} + 2\sqrt{x} + C$, deci $G(x) = 2x^2\sqrt{x} + 2\sqrt{x} + c$, unde c este număr real	**3p**
	$G(1) = 5 \Rightarrow c = 1$, deci $G(x) = 2x^2\sqrt{x} + 2\sqrt{x} + 1$, $x \in (0, +\infty)$	**2p**