

Matematică

Problema 1

Calculați integrala:

$$\int_0^{\frac{\pi}{10}} \cos x \, dx =$$

- A) $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ B) $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$ C) $\frac{-1-\sqrt{5}}{4}$ D) $\frac{\sqrt{5}}{2} - 1$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ F) 0

Problema 2

Se consideră ecuația:

$$x^4 - \alpha x^3 - \alpha x + 1 = 0$$

cu $\alpha \in \mathbb{R}$, $|\alpha| < 1$ și rădăcinile x_1, x_2, x_3, x_4 . Atunci:

- A) Ecuația are toate rădăcinile complexe și $|x_1| = |x_2| = |x_3| = |x_4| = 1$
B) Ecuația are toate rădăcinile reale și $x_1 + x_2 = x_3 + x_4$
C) Ecuația are două rădăcini reale (x_1, x_2) și două rădăcini complexe conjugate (x_3, x_4) și $x_1 + x_2 = x_3 + x_4$
D) Ecuația are patru rădăcini complexe și $|x_1| = |x_2| < 1$, iar $|x_3| = |x_4| > 1$
E) Ecuația are patru rădăcini reale și $x_1 x_2 = x_3 x_4$
F) Ecuația are două rădăcini reale (x_1, x_2) și două rădăcini complexe conjugate (x_3, x_4) și $x_1 x_2 = x_3 x_4$

Problema 3

Valoarea numărului:

$$n = \sqrt[3]{45 + 29\sqrt{2}} + \sqrt[3]{45 - 29\sqrt{2}}$$

este

- A) $n = 2$ B) $n = 3$ C) $n = 4$ D) $n = 5$ E) $n = 6$ F) $n = \frac{5}{2}$

Problema 4

Pentru $x \in (-\pi, \pi)$, calculați integrala:

$$\int \frac{1}{2 \sin x - \cos x + 5} dx =$$

- A) $\ln \left(\operatorname{tg} \frac{2x-1}{\sqrt{3}} \right) + \operatorname{tg} \frac{2x+3}{\sqrt{5}} + C$ B) $\frac{1}{\sqrt{5}} \operatorname{arctg} \frac{3 \operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1}{\sqrt{5}} + C$ C) $\frac{1}{\sqrt{7}} \operatorname{arctg} \frac{3 \operatorname{tg} x + 1}{\sqrt{7}} + C$
D) $\operatorname{arctg} \frac{3x+1}{\sqrt{5}} + \ln \frac{3x+1}{\sqrt{3}} + C$ E) $\operatorname{arctg} \frac{3 \operatorname{tg} \frac{x}{2} + 2}{\sqrt{10}} + C$ F) $\ln \left(\operatorname{tg} \frac{2x-1}{\sqrt{3}} \right) - \operatorname{tg} \frac{2x+3}{\sqrt{5}} + C$

Problema 5

Pe mulțimea \mathbb{C} a numerelor complexe definim legea de compoziție \star prin:

$$z_1 \star z_2 = z_1 + z_2 - z_1 \cdot z_2.$$

Elementul simetric al lui i față de această lege este

- A) $1+i$ B) $1-i$ C) $\frac{1-i}{2}$ D) $\frac{1+i}{2}$ E) $\frac{2-i}{2}$ F) $\frac{2+i}{2}$

Problema 6

Limita șirului $(a_n)_{n>0}$,

$$a_n = \frac{1+2+3+\dots+n}{n^2}$$

este

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) 0 F) ∞

Problema 7

Dacă $\omega \neq 1$ este o rădăcină cubică a unității, atunci

$$\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 & \omega^3 \\ \omega & \omega^2 & \omega^3 & 1 \\ \omega^2 & \omega^3 & 1 & \omega \\ \omega^3 & 1 & \omega & \omega^2 \end{vmatrix} =$$

- A) 1 B) $1-\omega$ C) $1+\omega$ D) $3(\omega^2-1)$ E) $2\omega(\omega+1)$ F) $3\omega(1-\omega)$

Problema 8

Fie $(b_n)_{n \geq 1}$ o progresie geometrică ce satisface relațiile $b_n = 384$, $q = 2$ și $b_1 = 3$.
Atunci

- A) $n = 6$ B) $n = 7$ C) $n = 8$ D) $n = 9$ E) $n = 10$ F) $n = 11$

Problema 9

Coeficientul lui x^2 în dezvoltarea

$$(1+x)^3 + (1+x)^4 + (1+x)^5 + \dots + (1+x)^{n+2}$$

este

- A) $\frac{n^3+5n^2+11n}{6}$ B) $\frac{n^3+6n^2+11n}{6}$ C) $\frac{n^3+6n^2+12n}{4}$ D) $\frac{n^2+n}{6}$ E) $\frac{n^2+11n+2}{12}$ F) $\frac{n^2+11n+2}{6}$

Problema 10

Rangul matricii $A = \begin{pmatrix} 2 & \alpha & -2 & 2 \\ 4 & -1 & 2\alpha & 5 \\ 2 & 10 & -12 & 1 \end{pmatrix}$ ($\alpha \in \mathbb{R}$) este 3 dacă și numai dacă

- A) $\alpha \in (-\infty, 3)$ B) $\alpha \in (3, +\infty)$ C) $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$
D) $\alpha \in (-3, 3)$ F) $\alpha \in \{-3, 3\}$ E) $\alpha \in \{3\}$